FONCTION POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Plan de travail	*Première Spécialité maths*

NOM : …………………………………………… PRÉNOM : ……………………………………...

Parcours 1	**1** $\to$ **2** $\to$ **5** $\to$ **6** $\to$ **7** $\to$ **9** $\to$ **10** $\to$ **11** $\to$ **12**
Parcours 2	**3** $\to$ **4** $\to$ **5** $\to$ **7** $\to$ **10** $\to$ **11** $\to$ **13**
Parcours 3	**4** $\to$ **5** $\to$ **8** $\to$ **11** $\to$ **14**

Exercice 1

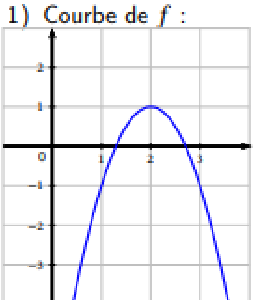
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 9x - 5$.

1) f admet-elle un maximum ou un minimum sur $\mathbb{R}$?
2) Dresser le tableau de variations de f.

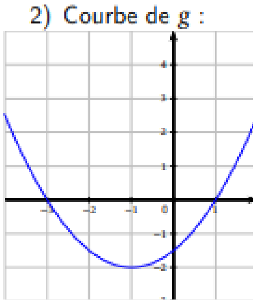
Exercice 2

Pour chaque fonction représentée ci-dessous, déterminer les coordonnées du sommet, l'axe de symétrie et le signe de a.

1) Courbe de f :



2) Courbe de g :



Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 6x - 7$.

1) Dresser le tableau de variations de f.
2) En déduire le(s) extremum(s) de f.

Exercice 4

On considère la parabole d'équation $y = 2x^2 - 16x + 1$.

1) Quel est l'axe de symétrie de la parabole ?
2) Déterminer l'ordonnée du point d'abscisse 0.
3) En déduire l'ordonnée du point d'abscisse 8 sans calcul.

Exercice 5

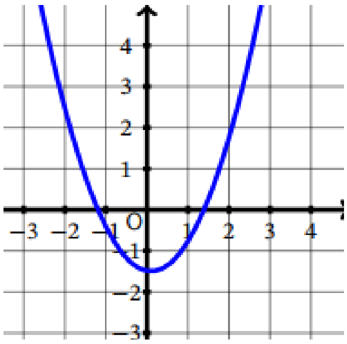
Dire pour chaque fonction si elle admet un minimum ou un maximum et en quelle valeur il est atteint.

1) $f(x) = 3x^2 + 4$;
2) $g(x) = -2(x-4)^2 + 8$
3) $h(x) = -2x^2 + 8x - 1$;
4) $k(x) = 7(x+1)^2 - 25$.

Exercice 6

La courbe représente une fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Donner le signe de a et de Δ.



C. Lainé

Exercice 7

Soit f la fonction définie par
$f(x)=(x-10)^2-36$.
On note $\mathscr{P}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1) Montrer que $f(x)=x^2-20x+64$.

2) Montrer que $f(x)=(x-4)(x-16)$.

3) Répondre aux questions suivantes en utilisant l'écriture de $f(x)$ la mieux adaptée :

a) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection entre $\mathscr{P}$ et l'axe des ordonnées ?
b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection entre $\mathscr{P}$ et l'axe des abscisses ?
c) À l'aide de la représentation graphique $\mathscr{P}$, conjecturer le minimum de f.
Démontrer cette conjecture et préciser en quelle valeur ce minimum est atteint.
d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre $\mathscr{P}$ et la droite d'équation $y=64$.

Exercice 8

Soit f la fonction définie par
$f(x)=3(x-9)^2-75$.
On note $\mathscr{P}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1) Montrer que $f(x)=3x^2-54x+168$.

2) Montrer que $f(x)=3(x-4)(x-14)$.

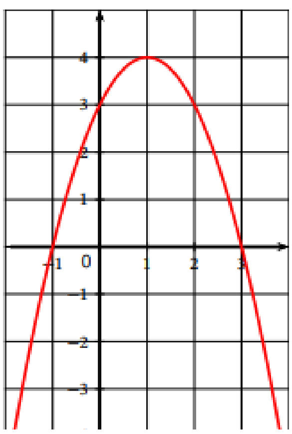
3) Répondre aux questions suivantes en utilisant l'écriture de $f(x)$ la mieux adaptée :

a) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection entre $\mathscr{P}$ et l'axe des ordonnées ?
b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection entre $\mathscr{P}$ et l'axe des abscisses ?
c) À l'aide de la représentation graphique $\mathscr{P}$, conjecturer le minimum de f.
Démontrer cette conjecture et préciser en quelle valeur ce minimum est atteint.
d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre $\mathscr{P}$ et la droite d'équation $y=168$.

Exercice 9

On donne la représentation graphique d'une fonction f polynôme du second degré.

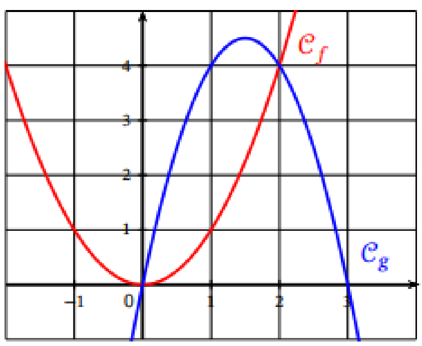
1) Quelles sont les coordonnées du sommet S de la parabole ? Donner une équation de l'axe de symétrie.
2) Donner les racines de f.
3) Donner la valeur de $f(0)$.
4) Dresser les tableaux de signes et de variations de la fonction f.
5) Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$ sous la forme factorisée, puis sous forme développée.



Exercice 10

$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les représentations graphiques des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$ et $g(x)=6x-2x^2$.

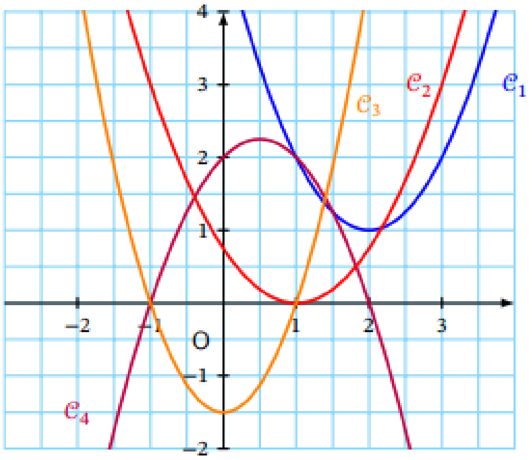
1) Conjecturer graphiquement l'ensemble des réels x pour lesquels $\mathscr{C}_g$ est au-dessus de $\mathscr{C}_f$.
2) Résoudre le problème par le calcul.



C. Lainé

Exercice 11

Pour chaque fonction représentée, déterminer sa forme factorisée (si elle existe).



Exercice 12

Un artisan fabrique des confitures qu'il vend par carton de dix pots.

Le coût en € de fabrication de x cartons de dix pots est $f(x)=0,25x^2+500$, pour x compris 0 et 160.

1) a) Déterminer le coût de fabrication de 60 cartons de dix pots de confiture.
   b) Pour combien de cartons le coût de fabrication est de 2 525 € ?

2) Chaque carton de confitures est vendu 30 €. Exprimer la recette $R(x)$ en fonction de x.

3) Soit B la fonction bénéfice définie sur $[0\ ;\ 160]$.

   a) Montrer que, pour tout x de $[0;160]$, $B(x)=-0,25x^2+30x-500$

   b) Montrer que, pour tout x de $[0\ ;\ 160]$:

   $B(x)=-0,25(x-100)(x-20)$

4) Dresser les tableaux de signes et de variations de la fonction B.

5) Quel nombre de cartons doit vendre cet artisan s'il veut réaliser un bénéfice positif ?

6) Quel est le nombre de cartons à vendre pour que son bénéfice soit maximal ? Calculer alors ce bénéfice.

Exercice 13

Un joueur de tennis frappe dans une balle avant qu'elle touche le sol.

La trajectoire de la balle est alors définie par la parabole d'équation $y=-0,03x^2+0,3x+0,75$, où x correspond à la distance entre le joueur de tennis et la balle et y correspond à la hauteur de la balle.

1) Le filet se trouve à 5 m du joueur et la hauteur du filet est de 1 m.
La balle passe-t-elle au-dessus du filet ? Justifier.

2) Déterminer à quelle distance du joueur la balle est retombée par terre.
On donnera une valeur arrondie au centième.

3) À quelle(s) distance(s) du joueur la balle a-t-elle une hauteur supérieure ou égale à 1,02 m ?

Exercice 14

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-1)^2+m-1$.

1) Donner la forme développée de f.

2) Pour quelle(s) valeur(s) de m la parabole $\mathscr{P}$ passet-elle par le point $E(1\ ;\ 7)$?

3) Pour quelle(s) valeur(s) de m le minimum de la fonction f est-il égal à 9 ?

4) Pour quelle(s) valeur(s) de m la parabole $\mathscr{P}$ de la fonction f coupe-t-elle l'axe des abscisses en un seul point ?

C. Lainé

Bilan

Numéro de mon parcours : ……

J’ai fait tous les exercices de mon parcours : ☐ OUI ☐ NON

Numéros des exercices plus difficiles pour moi (et que je dois revoir) : ……………………

Compétences		***M***	***NM***
C04-1	Étudier les variations d’une fonction polynôme du second degré		
C04-2	Utiliser la courbe représentative d’une fonction polynôme du second degré		

C. Lainé

CORRECTIONS

Exercice 1

1) f admet un maximum car ...

2) Tableau de variations de f (à justifier) :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{7}{4}$	$\searrow$	

Exercice 2

Pour f : $S(2;1)$, $x = 2$ et $a < 0$.

Pour g : $S(-1;-2)$, $x = -1$ et $a > 0$.

Exercice 3

1) Tableau de variations de f (à justifier) :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-10	$\nearrow$	

2) f admet un minimum qui vaut ...

Exercice 4

1) $x = 4$

2) 1

3) Utilisez la symétrie de la courbe.

Exercice 5

1) Minimum : 4, atteint en $x = 0$.

2) Maximum : 8, atteint en $x = 4$.

3) Maximum : 7, atteint en $x = 2$.

4) Minimum : -25, atteint en $x = -1$.

Exercice 6

Exercice 7

Exercice 8

Exercice 9

1) $S(1;4)$, $x = 1$

2) Racines : -1 et 3.

3) $f(0) = 3$.

4) Tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tableau de variations :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$	

5) $f(x) = -(x+1)(x-3)$ pour la forme factorisée et $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ pour la forme factorisée.

Exercice 10

1) Sur $]0;2[$.

2) Il faut résoudre l'inéquation $6x - 2x^2 > x^2$.

Exercice 11

$f1$ n'a pas de forme factorisée

$f_2(x) = 0,75(x-1)^2$

$f_3(x) = 1,5(x-1)(x+1)$

$f_4(x) = -(x-2)(x+1)$

Exercice 12

1) a) 1400 €.
   b) 90 cartons.
2) $R(x) = 30x$
3) a) $B(x) = R(x) - f(x) = -0,25x^2 + 30x - 500$ (attention n'oubliez pas les parenthèses autour de $f(x)$).
   b) Développez $-0,25(x-100)(x-20)$.
4) Tableau de signes :

x	0		20		100		160
$f(x)$		+	0	−	0	+	

Tableau de variations :

x	0		60		160
$f(x)$	-500	↗	400	↘	-2100

Exercice 13

1) Oui. Calculez y pour $x = 5$.
2) Résolvez l'équation $y = 0$. On trouve 12,07 m.
3) Résolvez l'inéquation $y \geqslant 1,02$. La balle a une hauteur supérieure ou égale à 1,02 m entre 1 m et 9 m du joueur.

Exercice 14

1) $f(x) = x^2 - 2x + m$
2) $m = 8$
3) $m = 10$
4) $m = 1$