1ère S	POSITION RELATIVE DE DEUX COURBES	Fiche 1

Soit f et g deux fonctions définies sur un intervalle I, et, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs représentations graphiques respectives.

- Si, pour tout x de I $f(x) > g(x)$, alors $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de $\mathscr{C}_g$ sur I.
- Si, pour tout x de I $f(x) < g(x)$, alors $\mathscr{C}_f$ est en dessous de $\mathscr{C}_g$ sur I.
- Si $f(x_0) = g(x_0)$, alors $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent au point d'abscisse x_0.

EXERCICE CORRIGE

① *Soit f et g deux fonctions définies sur* **R** *par $f(x) = -x^2 + 8x - 11$ et $g(x) = x - 1$.*
Étudier la position relative des courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Soit $h(x) = f(x) - g(x) = -x^2 + 8x - 11 - x + 1 = -x^2 + 7x - 10$. Étudions le signe de $h(x)$.

Le discriminant du trinôme $h(x)$ est égal à : $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = 9$.

Comme $\Delta > 0$, le trinôme possède deux racines distinctes : $x_1 = \dfrac{-7 - \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = 5$ et $x_2 = \dfrac{-7 + \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = 2$.

On en déduit alors le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On conclut :

La courbe $\mathscr{C}_f$ est en dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour tout x de $]-\infty\ ;\ 2] \cup [5\ ;\ +\infty[$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour tout x de $[2\ ;\ 5]$.

EXERCICE A COMPLETER

② *Recopier et compléter la solution :*

Énoncé : *Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ et $g(x) = 1$.*
Étudier la position relative des courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Soit $h(x) = f(x) - g(x) =$ .... $-$ .... $=$ .... $= \dfrac{2}{x^2 - 1}$

Étudions le signe de $h(x)$.

Comme … > 0, alors le signe de $h(x)$ dépend de celui de ……………

On en déduit alors le tableau de signes suivant :

x	0		.....		$+\infty$
$h(x)$		……	‖	…….	

On conclut :

La courbe $\mathscr{C}_f$ est en dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour tout x de ……………… .

La courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$ pour tout x de ………………

COMME LE 1 ET LE 2

③ Soit f la fonction définie sur **R**\{2} par $f(x) = \dfrac{-x^2 + 5x - 4}{x - 2}$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1) a) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout réel x différent de 2, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x - 2}$.

b) Étudier les variations de la fonction $x \mapsto \dfrac{c}{x - 2}$.

c) En déduire les variations de f.

2) Étudier les positions relatives de $\mathscr{C}$ et de la droite d'équation $y = -x + 3$.