# DEVOIR SURVEILLÉ N° 7

| ***Loi binomiale et applications de la dérivation*** | ***Le jeudi 23 mars 2017*** |
|---|---|

**Exercice 1** (5 *points*)

Une entreprise produit des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à 0,1. On prélève dans cette production, successivement et avec remise, 8 stylos.

1) Soit $X$ la variable aléatoire comptant le nombre de stylos présentant un défaut.
Quelle est la loi suivie par $X$ ?
2) Calculer la probabilité des événements suivants (arrondir les résultats au millième) :
   a) A : « Il y a exactement deux stylos avec un défaut »
   b) B : « Il y a au moins un stylo avec un défaut ».
3) Quel nombre de stylos présentant en moyenne un défaut, l'entreprise peut-elle espérer obtenir ?

**Exercice 2** (2 *points*)

On donne $\binom{10}{4} = 210$ et $\binom{10}{5} = 252$.

À l'aide des propriétés des coefficients binomiaux, donner les valeurs de $\binom{10}{6}$ et $\binom{11}{5}$.

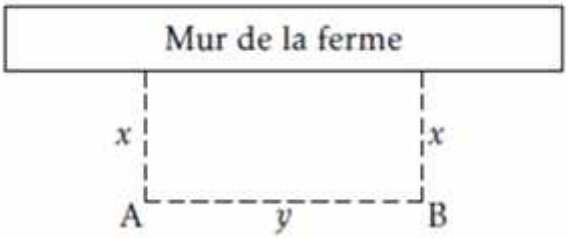
**Exercice 3** (4 *points*)

$X$ est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$. À l'aide votre calculatrice, calculer les probabilités demandées dans les cas suivants :

1) $n = 15$ et $p = 0{,}8$. Calculer $p(X = 8)$.
2) $n = 10$ et $E(X) = 3$. Calculer $p(X \leq 3)$ et $p(X \geq 7)$.

**Exercice 4** (9 *points*)

Un fermier décide de réaliser un poulailler (de forme rectangulaire) le long du mur de sa maison. Ce poulailler devra avoir une aire de 392 m$^2$. Où doit-on placer les piquets A et B pour que la longueur de la clôture soit minimale ?
La figure ci-dessous représente le poulailler accolé à la ferme en vue de dessus. On appelle $x$ la distance séparant chaque piquet au mur et y la distance entre les deux piquets A et B. (On a donc $x > 0$ et $y > 0$).



1) Sachant que l'aire du poulailler est de 392 m$^2$, exprimer $y$ en fonction de $x$.

2) Démontrer que la longueur $\mathrm{l}(x)$ du grillage est : $\mathrm{l}(x) = \dfrac{2x^2 + 392}{x}$.

3) Calculer la dérivée $\mathrm{l}'$ de $\mathrm{l}$. En déduire le tableau des variations de $\mathrm{l}$.

4) En déduire les dimensions $x$ et $y$ pour lesquelles la clôture a une longueur minimale. Préciser cette longueur.