DEVOIR SURVEILLÉ N°3

Fonctions de référence	**Le jeudi 24 novembre 2016**

Exercice 1 (4 points)

1) Soit f la fonction racine carrée.

a) Donner son ensemble de définition

b) L'algorithme suivant donne l'image, si elle existe, d'un nombre réel par la fonction inverse.

Variables
x, y sont des nombres réels
Début
Saisir (x)
Si $x = 0$
Alors Afficher ("Le nombre choisi n'appartient à l'ensemble de définition de la fonction inverse.")
Sinon y *prend la valeur* $\frac{1}{x}$
Afficher (y)
FinSi
Fin

En vous inspirant de l'algorithme précédent, écrire un algorithme qui calcule l'image, si elle existe, d'un nombre réel par la fonction racine carrée.

c) Déterminer algébriquement le sens de variations de la fonction racine carrée.

2) Soit g la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(x) = -3\sqrt{x} - x$.

Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

Exercice 2 (4 points)

Soit g définie par $g(x) = \left|-x^2 - 3x + 10\right|$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de g.

2) Écrire $g(x)$ sans valeur absolue.

2) Étudier les variations de g sur $]-\infty\,;-5]$ en justifiant soigneusement.

3) -2 a-t-il des antécédents par g ? Expliquer.

Exercice 3 (3 points)

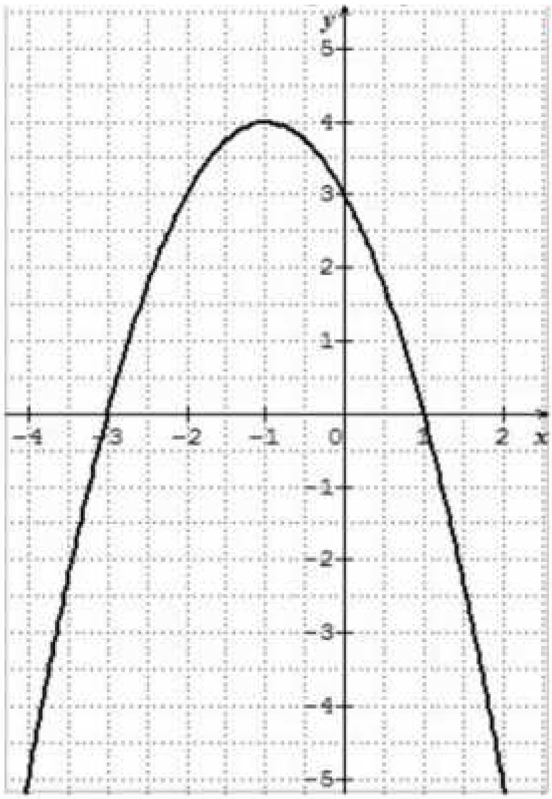
1) Démontrer que, pour tout x de $[0\,;\,1]$, on a : $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$.

2) Comparer les nombres donnés sans les calculer mais **en justifiant le raisonnement** :

$\sqrt{® - 3}$; $® - 3$ et $(® - 3)^2$.

Exercice 4 (5 *points*)

On a représenté une fonction sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$ dans un repère du plan :



1) Par lecture graphique, déterminer, en justifiant, l'expression de f en fonction de x.

2) On pose $g(x) = f(x) - 3$.

Déterminer les variations de f sur **R** (en justifiant).

3) Soit h la fonction définie sur $[-1\ ;\ 0]$ par $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

Déterminer en justifiant le tableau de variations de h sur $[-1\ ;\ 0]$.

Exercice 5 (5 *points*)

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(0\ ;\ 1)$ et $M(x\ ;\ y)$.

M est un point de la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x - 4$. L'objectif est d'étudier les variations de la distance *AM* lorsque *M* parcourt la droite $\mathscr{D}$, et en particulier de déterminer la distance *AM* minimale.

1) Exprimer la distance *AM* en fonction de x.

2) L'objectif est donc maintenant d'étudier les variations de la fonction f :

$x \mapsto \sqrt{2x^2 - 10x + 25}$.

a) Justifier que $f(x)$ existe quel que soit le nombre x.

b) Établir le tableau de variation de la fonction u définie sur **R** par : $u(x) = 2x^2 - 10x + 25$.

c) En déduire la valeur minimale de la distance *AM*.