CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N°2

Géométrie plane	***Le jeudi 20 octobre 2016***

<u>Exercice 1</u>

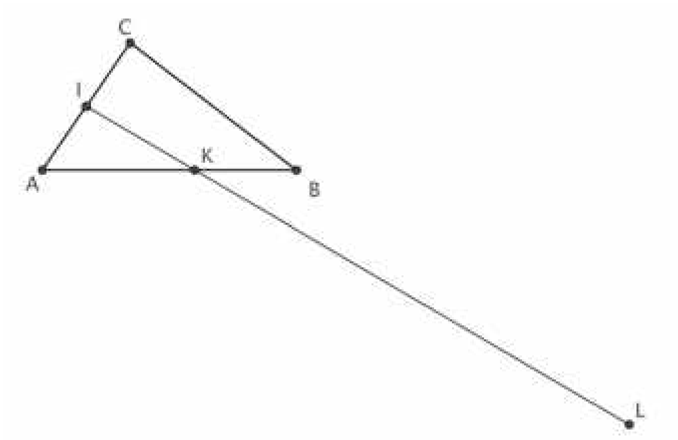
15 SI **(xB – xA)*(yC – yA) – (yB – yA)*(xC – xA) ≠ 0** ALORS

21 AFFICHER **« Les points A,B et C sont alignés »**

<u>Exercice 2</u>

Partie A : Méthode sans repère

1)



2) $\overrightarrow{KL}=\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BL}=-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{CB}$. Donc $\boldsymbol{\overrightarrow{KL}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{CB}}$.

3) $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right)+\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.

D'où $\boldsymbol{\overrightarrow{IK}=\frac{1}{10}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\,\overrightarrow{CB}}$.

4) D'après la question 2), $\frac{5}{2}\overrightarrow{KL}=\overrightarrow{AB}+5\,\overrightarrow{CB}$ et $10\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{CB}$.

Par suite, $\frac{5}{2}\overrightarrow{KL}=10\overrightarrow{IK}$, c'est-à-dire $\overrightarrow{IK}=\frac{5}{20}\overrightarrow{KL}=\frac{1}{4}\overrightarrow{KL}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{KL}$ sont donc colinéaires.

Par conséquent, **les points *I*, *K* et *L* sont alignés**.

Partie B : Méthode avec repère

1) Dans le repère $\left(A\ ;\ \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right)$: ***A* a pour coordonnées (0 ; 0) ; *B* a pour coordonnées (1 ; 0) ; *C* a pour coordonnées (0 ; 1) et *I* a pour coordonnées (0 ; 0,5).**

2) Comme $\overrightarrow{AK}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$, alors ***K* a pour coordonnées** $\boldsymbol{\left(\frac{3}{5}\ ;\ 0\right)}$.

Comme $\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BL}=\overrightarrow{AB}+2\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}\right)=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$, alors ***L* a pour coordonnées** $\boldsymbol{(3\ ;-2)}$.

3) $\overrightarrow{IK}$ a pour coordonnées $\left(\frac{3}{5}\ ;-0{,}5\right)$ et $\overrightarrow{IL}$ a pour coordonnées $(3\ ;-2{,}5)$.

Or $x_{\overrightarrow{IK}} \times y_{\overrightarrow{IL}} - y_{\overrightarrow{IK}} \times x_{\overrightarrow{IL}} = \frac{3}{5}\times(-2{,}5)-(-0{,}5)\times 3 = -1{,}5+1{,}5=0$; d'où $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{IL}$ sont colinéaires. Par conséquent, **les points *I*, *K* et *L* sont alignés**.

Exercice 3

1) a) Voir ci-dessous.

b) $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB). Or $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(4\ ;-2)$.

D'où $(-b\ ;a)=(4\ ;\ -2)$, alors $a=-2$ et $b=-4$

Par suite, (AB) a pour équation $-2x-4y+c=0$.

Or $A(1\ ;3)$ appartient à (AB) ; d'où $(-2)\times 1-4\times 3+c=0$, c'est-à-dire $c=14$.

Donc **(AB) a pour équation $\mathbf{J2x\ J\ 4y\ H\ 14\ Z\ 0}$** ou **$\mathbf{x\ H\ 2y\ J\ 7\ Z\ 0}$**.

c) $\vec{u}(-2\ ;-1)$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$.

Or $x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\vec{u}} - y_{\overrightarrow{AB}} \times x_{\vec{u}} = 4\times(-2)-(-2)\times(-1)=-6\neq 0$; les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont donc pas colinéaires. Par conséquent, **les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas parallèles**.

d) On est amené à résoudre le système $\begin{cases}-x+2y-9=0\\ x+2y-7=0\end{cases}$.

Or $\begin{cases}-x+2y-9=0\\ x+2y-7=0\end{cases}$ équivaut à $\begin{cases}4y-16=0\\ x+2y-7=0\end{cases}$, c'est-à-dire à $\begin{cases}y=4\\ x=-2y+7=-1\end{cases}$.

Donc **les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et $\mathscr{D}$ sont $(\mathbf{J1}\ ;\ \mathbf{4})$**.

2) a) ***E* a pour coordonnées $(3\ ;\ 2)$**.

b) La médiane issue de *C* dans le triangle *ABC* passe par *E* et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{EC}$.

Or $\overrightarrow{EC}$ a pour coordonnées $(1\ ;3)$.

$M(x\ ;y)\in(EC)$ équivaut à les vecteurs $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EC}$ sont colinéaires.

Or $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EC}$ sont colinéaires si, et seulement si, $(x-3)\times 3-(y-2)\times 1=0$, c'est-à-dire si, et seulement si, $3x-9-y+2=0$.

Donc **(EC) a pour équation $\mathbf{3x\ J\ y\ J\ 7\ Z\ 0}$**.

3) a) *ABCD* soit un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$.

Or $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$ équivaut à $\begin{cases}x_D-4=-4\\ y_D-5=2\end{cases}$, c'est-à-dire à $\begin{cases}x_D=0\\ y_D=7\end{cases}$.

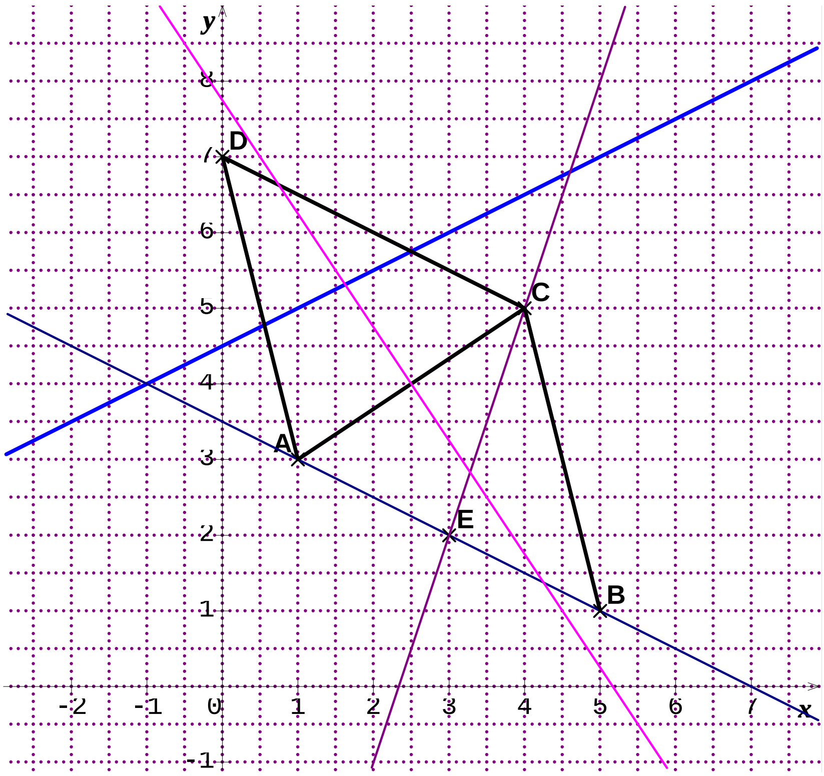
Donc ***D* a pour coordonnées $(0\ ;\ 7)$**.

b) *D* est sur la médiatrice de $[AC]$ si $AD=CD$.

Or $AD=\sqrt{(0-1)^2+(7-3)^2}=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$ et $CD=\sqrt{(0-4)^2+(7-5)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$

Comme $AD\neq CD$, alors ***D* n'est pas sur la médiatrice de $[AC]$**.

On peut donc affirmer que ABCD n'est pas un losange.


y
x
D
C
A
E
B
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
-1