

NOTION DE TANGENTE À UNE COURBE

Activité


Première S

Partie A

Nous allons voir comment on peut définir une tangente à la parabole \mathcal{P} d'équation $y = x^2$ au point A de coordonnées $(1 ; 1)$. On utilisera le logiciel Géoplan.

1) Créer la fonction $f : x \mapsto x^2$. Pour cela, cliquer sur :

Créer, Numérique, Fonction numérique, A 1variable.

2) Dans un repère orthogonal du plan (que vous pouvez activer en cliquant sur l'icône ) , faire tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-3 ; 3]$. Pour cela, cliquer sur :

Créer, Ligne, Courbe, Graphe d'une fonction déjà créé.

3) Créer le point A de coordonnées $(1 ; f(1))$. Pour cela, cliquer sur :

Créer, Point, Point repéré dans le plan.

4) Créons maintenant un point « mobile » sur la courbe. D'abord, définir un réel h dans l'intervalle $[-3 ; 3]$; pour cela, clique sur :

Créer, Numérique, Variable réelle libre dans un intervalle.

Puis, créer le point M de coordonnées $(h ; f(h))$.

5) Créer la sécante (AM) . Pour cela, cliquer sur :

Créer, Ligne, Droite(s), Définies par 2 points.

6) Faire « bouger » le point M à l'aide des flèches du clavier. (Remarque : on peut changer le pas avec les touches + et - du clavier).

7) Observer le comportement des sécantes (AM) lorsque M est proche de A .

Partie B

Toutes les sécantes (AM) passent par le point A , qui est fixe. Pour étudier le comportement de ces sécantes, nous allons étudier le comportement de leurs coefficients directeurs lorsque M est proche de A .

1) Déterminer le coefficient directeur $t(h)$ de la droite (AM) en fonction de h , puis son équation réduite.

2) Déterminer la limite en 0 de $t(h)$. Nous noterons ℓ cette limite.

3) En déduire alors la « position limite » de la droite (AM) lorsque h tend vers zéro, que nous noterons d .

4) Construire cette droite d ; pour cela, cliquer sur :

Créer, Ligne, Droite(s), Point-coefficient directeur.

5) Observer que les sécantes (AM) se rapprochent de d lorsque M se rapproche de A .

Cette droite est appelée tangente à la courbe (C_f) au point A .

Conclusion : Pour définir une tangente à une courbe, nous avons étudié la limite en

zéro d'une fonction du type $h \mapsto \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ (avec $a = 1$).