CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 5	
Fonctions dérivées, sens de variations d'une fonction	***Le 23 mai 2025***

Exercice 1

1) f est une fonction affine ; donc $\boldsymbol{f'(x) = -2}$.

2) On a $g = u + v$ avec $u(x) = x^2$ et $v(x) = 3x - 1$.
Alors $g' = u' + v'$ avec $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = 3$.
Donc $\boldsymbol{g'(x) = 2x + 3}$.

3) On a $h = 5 \times u - 4 \times v + w$ avec $u(x) = x^3$, $v(x) = x^2$ et $w(x) = 9$.
Alors $h' = 5 \times u' - 4 \times v' + w'$ avec $u'(x) = 3 \times x^2$, $v'(x) = 2 \times x$ et $w'(x) = 0$.
Donc $h'(x) = 5 \times 3 \times x^2 - 4 \times 2 \times x + 0 \boldsymbol{= 15x^2 - 8x}$.

Exercice 2

Comme $f'(x) \geq 0$ sur $[-5 ; -2]$, alors la fonction f est croissante sur cet intervalle. **C'est donc la courbe 1 qui représente *f*.**

Exercice 3

1) On cherche $f(5)$: $f(5) = -5^3 + 10{,}5 \times 5^2 + 11{,}25 \times 5 = 193{,}75$. Or $193{,}75 \times 100 = 19\ 375$, donc **il y avait 19 375 cas au bout de 5 jours**.

2) a) On a $f = -u + 10{,}5v + w$ avec $u(x) = x^3$, $v(x) = x^2$ et $w(x) = 11{,}25x$.
Alors $f' = -u' + 10{,}5v' + w'$ avec $u'(x) = 3 \times x^2$, $v'(x) = 2 \times x$ et $w'(x) = 11{,}25$.
Donc $f'(x) = -3 \times x^2 + 10{,}5 \times 2 \times x + 11{,}25 \boldsymbol{= -3x^2 + 21x + 11{,}25}$.

b) $(x - 7{,}5)(-3x - 1{,}5) = -3x^2 - 1{,}5x + 22{,}5x + 11{,}25 = -3x^2 + 21x + 11{,}25$.
Donc $\boldsymbol{f'(x) = (x - 7{,}5)(-3x - 1{,}5)}$.

c) $x - 7{,}5 = 0$, c'est-à-dire $x = 7{,}5$.
$-3x - 1{,}5 = 0$, c'est-à-dire $x = \dfrac{1{,}5}{-3} = -0{,}5$.

x	0		$7{,}5$		$+\infty$
$x - 7{,}5$		$-$	0	$+$	
$-3x - 1{,}5$		$-$		$-$	
$f'(t)$		$+$	0	$-$	

On en déduit que

x	0		30		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	0	↗	253,125	↘	

3) a) Le maximum de f est atteint pour $x = 7{,}5$. **Si l'évolution du nombre de cas est conforme à la modélisation, le pic épidémique aura lieu au cours du 8ème jour**.

b) **Le nombre de cas augmente jusqu'au 8ème jour puis diminue**.