CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 5

Fonctions dérivées et variations	***Le 21 mai 2024***

Exercice 1

1) f est une fonction affine ; donc $\boldsymbol{f'(x) = -2}$.

2) On a $g = u + v$ avec $u(x) = x^2$ et $v(x) = 3x - 1$.
Alors $g' = u' + v'$ avec $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = 3$.
Donc $\boldsymbol{g'(x) = 2x + 3}$.

3) On a $h = 5 \times u - 4 \times v + w$ avec $u(x) = x^3$, $v(x) = x^2$ et $w(x) = 9$.
Alors $h' = 5 \times u' - 4 \times v' + w'$ avec $u'(x) = 3 \times x^2$, $v'(x) = 2 \times x$ et $w'(x) = 0$.
Donc $\boldsymbol{h'(x)} = 5 \times 3 \times x^2 - 4 \times 2 \times x + 0 \boldsymbol{= 15x^2 - 8x}$.

Exercice 2

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de g		$\nearrow$	5	$\searrow$	

Exercice 3

1) $f(10) = -10^3 + 45 \times 10^2 + 100 = -1\,000 + 4\,500 + 100 = 3\,600$.
Il y aura 3 600 personnes malades au bout de 10 jours.

2) a) On a $f = -1 \times u + 45 \times v + w$ avec $u(t) = t^3$, $v(t) = t^2$ et $w(t) = 100$.
Alors $f' = -1 \times u' + 45 \times v' + w'$ avec $u'(t) = 3 \times t^2$, $v'(t) = 2 \times t$ et $w'(t) = 0$.
Donc $\boldsymbol{f'(t)} = -1 \times 3 \times t^2 + 45 \times 2 \times t + 0 \boldsymbol{= -3t^2 + 90t}$.

b) $3t(30 - t) = 3t \times 30 - 3t \times t = 90t - 3t^2 = f'(t)$.
Donc, **pour tout t de $[0\,;45]$**, $\boldsymbol{f'(t) = 3t(30 - t)}$.

3) $3t = 0$, c'est-à-dire $t = 0$.
$30 - t = 0$, c'est-à-dire $t = 30$.

t	0		30		45
$3t$	0	$+$		$+$	
$-1t + 30$		$+$	0	$-$	
$f'(t)$		$+$	0	$-$	

4) On en déduit que

t	0		30		45
$f'(t)$		+	0	−	
Variations de f	100	$\nearrow$	13 600	$\searrow$	100

5) D'après le tableau de variations, **le nombre maximal de personnes malades est 13 600, et ceci lors du 30$^{\text{ième}}$ jour**.