CORRECTION DU DEVOIR SURVEILLÉ N° 4	
Suites arithmétiques, nombre dérivé et tangente	***Le 28 mars 2024***

<u>Exercice 1</u>

1) D'après ce graphique, la suite (u_n) est croissante. Donc **la raison est positive**.

2) **Le premier terme de la suite (u_n) est $u(1) = -4$**.

On remarque également que $u(5) = 3$. Par suite : $r = \frac{3-(-4)}{5-1} = \frac{7}{4} = 1{,}75$.

Donc **la raison de cette suite est $1{,}75$**.

3) On a alors : $\boldsymbol{u(n)} = u(1) + (n-1)\times r = -4 + (n-1)\times 1{,}75 = -4 + 1{,}75n - 1{,}75 \boldsymbol{= -5{,}75 + 1{,}75n}$.

<u>Exercice 2</u>

1) $2019 = 2018 + 1$; on calcule $s(1)$. $s(1) = 15\ 000 + 450 = 15\ 450$.
Il y avait 15 450 habitants à Mathstown en 2019.

$2020 = 2019 + 1$; on calcule $s(2)$. $s(2) = 15\ 450 + 450 = 15\ 900$.
Il y avait 15 900 habitants à Mathstown en 2020.

2) a) On passe d'un terme au terme suivant en ajoutant le nombre 450, c'est-à-dire que
$\boldsymbol{h(n+1) = h(n) + 450}$.

b) D'après la question précédente, on en déduit que **la suite (h_n) est une suite arithmétique de raison 450 et de premier terme $h(0) = 15\,000$**.

c) D'après la question précédente, $\boldsymbol{h(n)} = h(0) + n\times r \boldsymbol{= 15\,000 + 450n}$.

d) $\boldsymbol{h(5)} = 15\ 000 + 450\times 5 = 15\ 000 + 2\ 250 \boldsymbol{= 17\,250}$.
Donc **il y aura 17 250 habitants à Mathstown en 2023**.

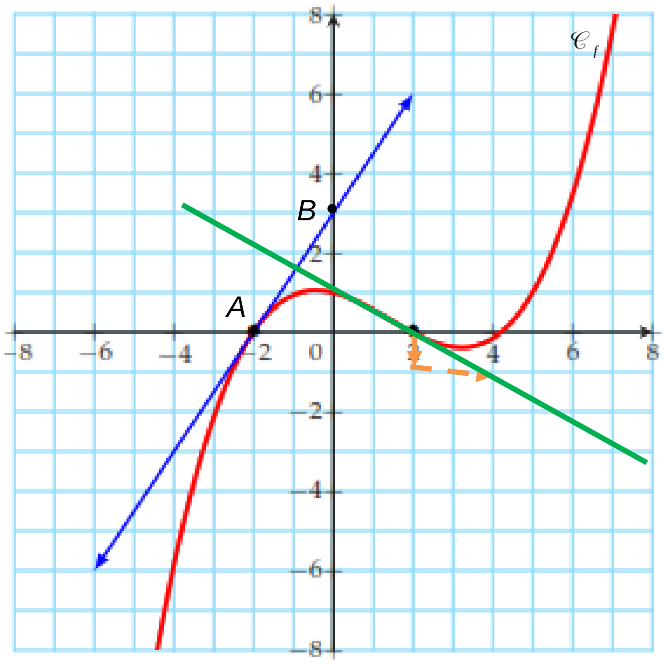
4) On cherche la valeur minimale de afin que $h(n)$ soit supérieure à 20 000.

Or $h(n) \geq 20\ 000$ équivaut à $15000 + 450n \geq 20000$, c'est-à-dire à $450n \geq 20000 - 15000$, ou encore à $450n \geq 5000$.

$450n \geq 5000$ équivaut à $n \geq \frac{5000}{450}$ car 450 est positif, c'est-à-dire à $n \geq 11{,}1$.

Comme n est un entier naturel, $n \geq 12$.
Or $2018 + 12 = 2030$, donc **le nombre d'habitants de Mathstown sera supérieur à 20 000 à partir de 2030**.

Exercice 3



1) Par définition, $f'(-2)$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse -2, c'est-à-dire au point *A*.
La tangente passe également par le point *B* de coordonnées $(0\ ;\ 3)$.

Cette droite (*AB*) a pour coefficient directeur $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

Par conséquent, $\boldsymbol{f'(-2) = 1{,}5}$.

2) L'équation d'une droite est de la forme $y = mx + p$ où m est le coefficient directeur de la droite et p l'ordonnée à l'origine.
Ici $m = f'(-2) = 1{,}5$ et $p = y_B = 3$; donc **la tangente au point d'abscisse -2 a pour équation $y = 1{,}5x + 3$**.

3) $f'(2) = \frac{-1}{2}$. On part du point de la courbe d'abscisse 2 en allant d'une unité vers le bas et de deux unités vers la droite. On obtiendra alors un deuxième point de la tangente.