

DEVOIR SURVEILLÉ N° 3

Probabilités, événements indépendants, suites

Le 30 janvier 2024

Le plus grand soin doit être apporté aux calculs et à la rédaction.

Exercice 1 (5 points)

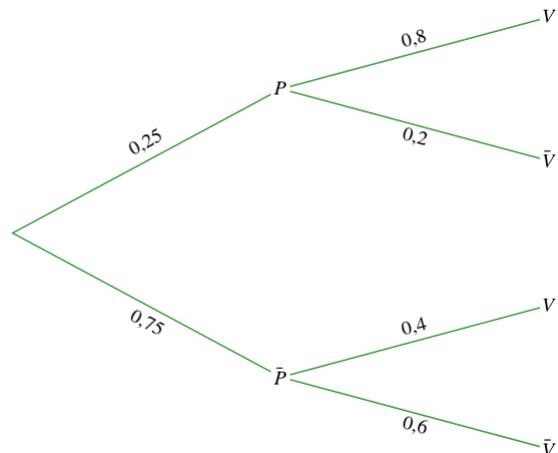
Jade se rend à son travail à pied ou en voiture.

Dans sa région, comme il pleut un jour sur quatre, elle se rend à son travail soit en voiture, soit à pied.

On considère les événements :

- P : « Il pleut un jour donné »
- V : « Jade prend sa voiture »

On donne l'arbre pondéré ci-contre modélisant la situation.



- 1) Quelle est la probabilité qu'il ne pleuve pas ce jour donné ?
- 2) Sachant qu'il pleut un jour donné, quelle est la probabilité que Jade se rende au travail en voiture ?
- 3) Calculer $p(P \cap \bar{V})$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- 4) Calculer la probabilité que Jade se rende au travail à pied.
- 5) Sachant que Jade se rend au travail à pied, quelle est la probabilité qu'il pleuve ce jour-là ?

Exercice 2 (4 points)

Pour fidéliser ses touristes, l'office de tourisme d'une ville propose gratuitement un jeu en deux étapes.

- La première étape consiste à gratter une carte pour gagner un porte-clefs de la ville.
- La deuxième étape consiste à gratter une autre carte pour gagner une entrée à la piscine municipale.

Le touriste a :

- sept chances sur dix de gagner un porte-clefs de la ville ;
- s'il a acheté un porte-clefs, il a quatre chances sur dix de gagner une entrée gratuite à la piscine municipale.
- s'il n'a pas acheté un porte-clefs, il a huit chances sur dix de ne pas gagner une entrée gratuite à la piscine municipale.

On définit les événements suivants :

- P : « le touriste gagne un porte-clefs de la ville »
- M : « le touriste gagne une entrée gratuite à la piscine municipale ».

- 1) Construire un arbre pondéré modélisant la population.
- 2) Calculer $p(M)$.
- 3) Les événements P et M sont-ils indépendants ?

Exercice 3 (2,5 points)

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = (n+1)^2 - (n-1)^2$.

Calculer $u(0)$, $u(1)$ et $u(30)$.

Exercice 4 (2,5 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 2u_n + 4$.

1) Calculer $u(1)$. Justifier les calculs.

2) Déterminer $u(10)$ à l'aide de la calculatrice.

Exercice 5 (1 point)

Le salaire mensuel d'un employé était de 1800 € net en décembre 2018.

Son salaire a augmenté de 28 € par mois à partir du mois de Janvier 2019.

On considère la suite (u_n) qui donne le salaire de l'employé au $n^{\text{ième}}$ mois de l'année 2019.

On a donc $u_0 = 1800$.

Calculer u_2 , c'est-à-dire le salaire en Février 2019.