

CORRECTION DU DEVOIR MAISON N° 1

Fonctions affines

Pour le 17 octobre 2022

Exercice 1 : tarif de l'eau

1) $44,91 + 120 \times 2,84 = 385,71$.

Donc un ménage consommant 120 m³ par an paiera 385,71 € annuellement.

2) D'après l'énoncé, $f(x) = 2,84x + 44,91$.

3) Comme un ménage a payé 475,17 € en 2021, alors cela revient à chercher x afin que $f(x) = 475,17$, c'est-à-dire $2,84x + 44,91 = 475,17$.

Or $2,84x + 44,91 = 475,17$ équivaut à $2,84x + 44,91 - 44,91 = 475,17 - 44,91$, c'est-à-dire à $2,84x = 430,26$, ou encore à $x = \frac{430,26}{2,84} = 151,5$.

Par conséquent, **le ménage a consommé 151,5 m³ d'eau.**

4) On est amené à résoudre l'inéquation $f(x) > 600$, c'est-à-dire $2,84x + 44,91 > 600$.

Or $2,84x + 44,91 > 600$ équivaut à $2,84x + 44,91 - 44,91 > 600 - 44,91$, soit à

$2,84x > 555,09$, ou encore à $x > \frac{555,09}{2,84}$ (car 2,84 est positif).

Comme $\frac{555,09}{2,84} \approx 195,455$, arrondi au millième par excès, **la facture d'eau dépasse 600 € à partir de 195,455 m³.**

Exercice 2 : le niveau de la mer

1) Comme l'augmentation est d'environ 4,2 mm (soit 0,42 cm) par an, alors $m = 0,42$.

Par suite, $h(x) = 0,42x + p$.

2) a) En 2020, on estime que le niveau moyen des océans a augmenté de 20 cm depuis 1990 ; donc $h(2020) = 20$.

b) D'après la question précédente, $0,42 \times 2020 + p = 20$.

Or $0,42 \times 2020 + p = 20$ équivaut à $848,4 + p = 20$, c'est-à-dire à $p = 20 - 848,4 = -828,4$.

Donc $h(x) = 0,42x - 828,4$.

3) $h(2100) = 0,42 \times 2100 - 828,4 = 53,6$. Donc **selon ce modèle, le niveau moyen des océans aura augmenté de 53,6 cm en 2100 par rapport au niveau de référence établi en 1900.**

4) On résout l'équation $h(x) = 60$, c'est-à-dire $0,42x - 828,4 = 60$.

Or $0,42x - 828,4 = 60$ équivaut à $0,42x - 828,4 + 828,4 = 60 + 828,4$, c'est-à-dire à

$0,42x = 888,4$, ou encore à $x = \frac{888,4}{0,42} \approx 2115$.

Donc **le niveau moyen des océans aura augmenté de 60 cm par rapport à 1900 en 2115.**

Exercice 3 : l'offre et la demande

1) a) $d(5) = -3,5 \times 5 + 84 = 66,5$ et $o(5) = 2 \times 5 + 18 = 28$.

b) **Si le prix de la tonne de ce produit est de 5 €, l'offre ne suffit pas à satisfaire la demande.**

2) a) $d(20) = -3,5 \times 20 + 84 = 14$ et $o(20) = 2 \times 20 + 18 = 58$.

b) **Si le prix de la tonne de ce produit est de 20 €, il y a trop de production par rapport à la demande.**

3) a) Le prix d'équilibre est l'abscisse du point d'intersection des deux droites.
Donc **le prix d'équilibre est de 12 € la tonne.**

b) Afin de répondre à la question posée, on résout l'équation $o(x) = d(x)$:

$$2x + 18 = -3,5x + 84$$

$$2x + 18 - 18 = -3,5x + 84 - 18$$

$$\text{c'est-à-dire } 2x = -3,5x + 66$$

$$2x + 3,5x = -3,5x + 66 + 3,5x$$

$$\text{c'est-à-dire } 5,5x = 66$$

$$x = \frac{66}{5,5} = 12$$

Par conséquent, **le prix d'équilibre est de 12 € la tonne.**

c) $d(12) = -3,5 \times 12 + 84 = 42$. **Au prix d'équilibre, la demande est alors de 42 tonnes.**